Inferenčna statistika za opisne spremenljivke

Inštitut za biostatistiko in medicinsko informatiko
Medicinska fakulteta, Univerza v Ljubljani

Ali lahko naredimo kakšno napako?

Primer 1

$p<0{,}001$ 95%IZ za $\mu_{po} - \mu_{pred}$: [45,1; 57,7]

Sklepali smo, da razlika med povprečnima pulzoma pred in po obremenitvi ni enaka 0… kaj pa, če ni tako?

Primer 2

$p=0{,}036$ 95%IZ za $\mu_{MRP} - \mu_{Bobath}$: [0,62; 17,38]

99%IZ za $\mu_{MRP} - \mu_{Bobath}$: [-2,19; 20,19] $t_{55;1-0,01/2}=2{,}67$

Sklepali smo, da je povprečen MAS rezultat med dvema fizioterapevtskima pristopoma različen… kaj pa, če ni tako?

Ali lahko naredimo kakšno napako?

Kaj sklepamo?

Kaj je res?

	Ni razlike $\mu_s = \mu_{ns}$	**Obstaja razlika** $\mu_s \neq \mu_{ns}$
Ni razlike v populaciji $\mu_s = \mu_{ns}$	☺	Napaka I vrste (α) Napačno pozitivni rezultat
Obstaja razlika v populaciji $\mu_s \neq \mu_{ns}$	Napaka II vrste (β) Napačno negativni rezultat	☺
	$p>0,05$	$p<0,05$

Stopnja značilnosti:
$\alpha=0,05$

Hypothesis Testing and Jury Trials

Jury Trial	Statistical Test
Presumed innocent	Null hypothesis
Guilty	Alternative hypothesis
Reasonable doubt	Level of significance
Convict a felon	Correctly reject Ho
Acquit innocent	Correctly accept Ho
Convict innocent	Type I
Acquit felon	Type II

sgh:Flims 6/2008

Borrowed from Susan Hilsenbeck, Flims 2009

Kaj lahko merimo-primerjamo?

- Spol (Ž/M:Dihotomka)
- Prisotnost raka dojke
- Barva (črna/bela/siva: Imenska)
- Stadij raka dojke (I/II/III/IV: Urejenostna)
- Število srčnih utripov v 24 ur
- Teža (1, 2, …, 5000, …: Diskretna)
- Genska izraženost
- Temperatura (30g-200g: Zvezna, razmernostna)

(30C-38C: zvezna, razmična)

Opisne spremenljivke

Številske spremenljivke

??? $\pi_s = \pi_{ns}$???

Verjetnost
Inferenčna statistika

športniki

ostali

Vzorčni delež: p_s

Vzorčni delež: p_{ns}

Namen: Primerjati delež športnikov in ostalih ljudi s srčno aritmijo v populaciji

Primerjava deležev

Kontingenčna tabela (število/delež v posamezni kategoriji):

	srčna aritmija DA	srčna aritmija NE	SKUPAJ
športniki	a	c	a+c
ostali	b	d	b+d
SKUPAJ	a+b	c+d	a+b+c+d

Ali je razlika deležev na vzorcu dovolj velika, da lahko sklepamo, da sta deleža različna tudi v populaciji?

http://www.ptjournal.net/content/66/6/944.short

Relationship Between Independent Sitting Balance and Side of Hemiparesis

PHYSICAL THERAPY

Volume 66 / Number 6, June 1986

RICHARD W. BOHANNON,
MELISSA B. SMITH,
and PATRICIA A. LARKIN

We conducted a retrospective chart audit of initial physical therapy evaluations to determine the incidence of sitting imbalance and its relationship to the side of weakness in hemiparetic patients. A review of the records of 105 patients revealed that the left side was predominantly affected in 52 patients and the right side in 53 patients. Age, time since onset, and proportion of men and women did not differ between the left and right hemiparetic patients. Most patients (81.0%) could sit independently, but 32.7% of those with left-sided weakness and 5.7% of those with right-sided weakness could not. A chi-square analysis revealed a significant relationship between the side of weakness and independent sitting balance ($p < .001$). The phi-square test revealed the strength of this relationship to be .12. Patients with left hemiparesis are more likely to have difficulty with independent sitting than patients with right hemiparesis, which may affect their progress in rehabilitation.

Key Words: *Activities of daily living, Hemiplegia, Physical therapy.*

Se iz odstavka da dobiti podatke za ponovitev stat.testa?

Primer: kontingenčna tabela

H0: ni povezanosti med samostojnim sedenjem in stranjo delne ohromitve

Ha: spremenljivki sta povezani

	Samostojno sedenje	Nesamostojno sedenje	SKUPAJ
leva		(32,7%)	52
desna		(5,7%)	53
SKUPAJ	(81%)		105

Opazovane frekvence

X^2 test za povezanost

Opazovane frekvence

O	Sam. sedenje	Nesam. sedenje	SKUPAJ
leva	35	17	52
desna	50	3	53
SKUPAJ	85	20	105

Če ni povezanosti med spremenljivkama

E	Sam. sedenje	Nesam. sedenje	SKUPAJ
leva	42,09	9,91	52
desna	42,91	10,09	53
SKUPAJ	85	20	105

Pričakovane frekvence(Expected)

$$X^2 = \sum \frac{(0 - E)^2}{E} \sim \chi_1^2$$

Testna statistika

df

P(A Λ B) = P(A) P(B), če A in B sta neodvisni

P(sam. Λ leva)=P(sam.)P(leva)= (52/105)*(85/105) =0,40

pričakovan sam. Λ leva=n*P(sam. Λ leva) = 42,09

O	Sam. sedenje	Nesam. sedenje	SKUPAJ
leva	35	17	52
desna	50	3	53
SKUPAJ	85	20	105

E	Sam. sedenje	Nesam. sedenje	SKUPAJ
leva	42,09	9,91	52
desna	42,91	10,09	53
SKUPAJ	85	20	105

O-E	Sam. sedenje	Nesam. sedenje
leva	-7,09	7,09
desna	7,09	-7,09

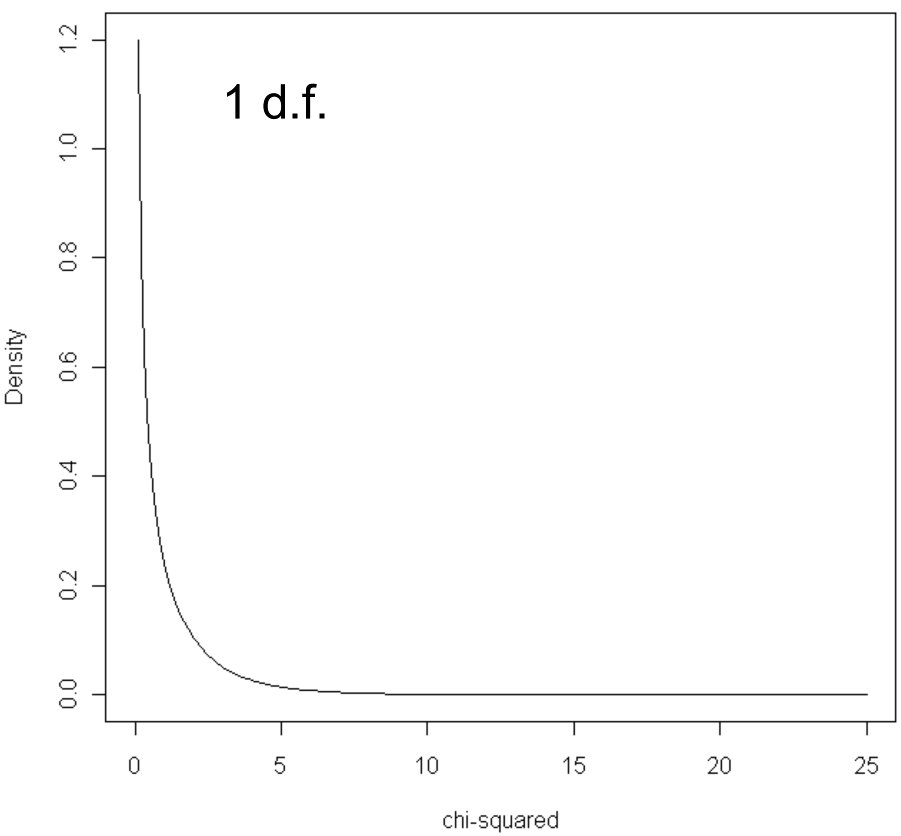
$$X^2 = \sum \frac{(0 \;-E)^2}{E} \sim \chi_1^2$$

$X^2 = 7{,}09^2/42{,}09 + 7{,}09^2/9{,}91 + 7{,}09^2/42{,}91 + 7{,}09^2/10{,}09 = 12{,}42$

$X^2 = 12{,}42$, $P < 0{,}001$

Kaj je sklep?

Porazdelitev X^2 (hi-kvadrat, chi-squared)



Xi~N(0,1), neodvisne $$\sum_{i=1}^{n} X^2{}_i \sim \chi_n^2$$

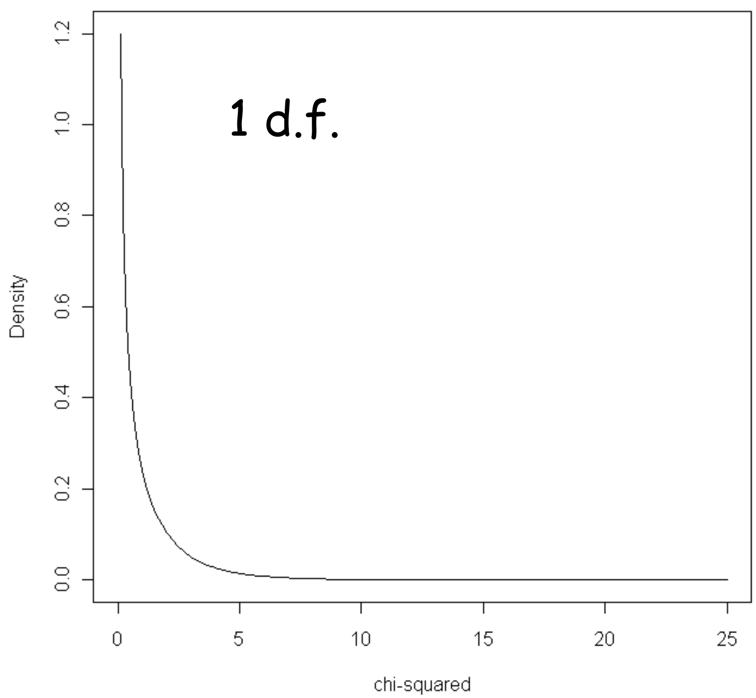
$$X^2 = \sum \frac{(0 \quad - E)^2}{E} \sim \chi_{(r-1)(c-1)}^2$$

vrstic

stolpcev

$X^2 = 12{,}42$, df = 1, $p<0.001$

Porazdelitev X^2 (iskanje po tabeli)



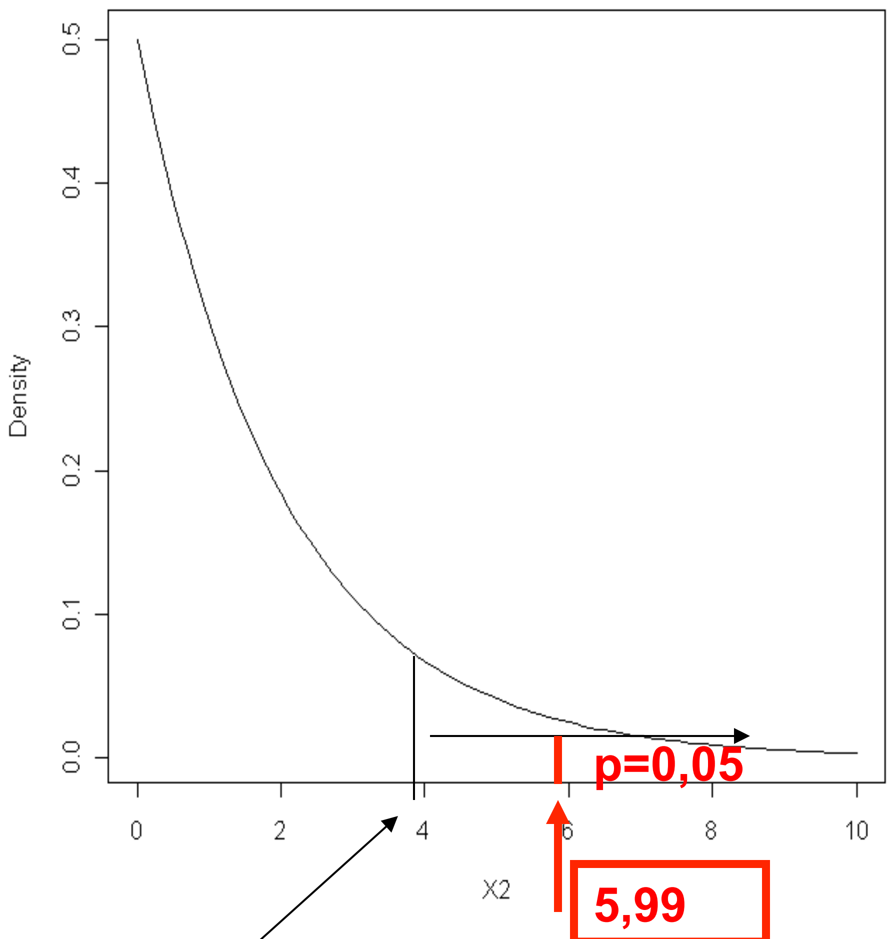
8.4 χ^2-PORAZDELITEV

V tabeli je za verjetnost α in za stopinje prostosti SP navedena vrednost χ^2_α, za katero velja $P(\chi^2 \geq \chi^2_\alpha) = \alpha$. Primer: za $\alpha = 0,05$ in SP = 1 odčitamo $\chi^2_\alpha = 3,841$

	α							
SP	**0,995**	**0,99**	**0,975**	**0,95**	**0,05**	**0,025**	**0,01**	**0,005**
1	0,000	0,000	0,001	0,004	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,051	0,103	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,072	0,115	0,216	0,352	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	9,488	11,143	13,277	14,860
5	0,412	0,554	0,831	1,145	11,070	12,832	15,086	16,750
6	0,676	0,872	1,237	1,635	12,592	14,449	16,812	18,548

$X^2 = 12,42$, df = 1, $p<0.001$

Še en primer, kjer je več kategorij



X^2 = 3,98, df =2, p=?

vrstic

$$^2 = \sum \frac{(0 - E)^2}{E} \sim \chi^2_{(r-1)(c-1)}$$

stolpcev

	Debe lost	Norm alna teža	Vsota
Mačke	11	6	17
Psi	3	8	11
Konji	5	7	12
Vsota	19	21	40

df=2

P>0,05

Sklep?

P=0,136, če uporabljamo računalnik...

X^2 test za male vzorce

- Lahko uporabljamo X^2 test, če je vzorec **“velik“**
  - Pričakovane frekvence so večje od 5 za vsaj 80% celic
  - Kaj lahko storimo, če je vzorec “majhen”?
    - Združitev kategorij – če je možno
    - Uporabljamo Yeatsov popravek (Yeats’ continuity correction)

$$X^2 = \sum \frac{(|0 \ \ - E| - 0.5)^2}{E} \sim \chi_1^2$$

    - Uporabljamo Fisherjev eksaktni test (Fisher’s exact test)

Fisherjev eksaktni test - ideja

Sir Ronald Aylmer Fisher (1890-1962)

	Sport	Sandal	VSOTA
M	11	6	17
Ž	4	16	20
VSOTA	15	22	37

1. Naštejemo vse tabele, ki imajo iste vsotne vrednosti originalne tabele

	Sport	Sandal	VSOTA
M	**12**	5	**17**
Ž	3	17	**20**
VSOTA	**15**	**22**	**37**

	Sport	Sandal	VSOTA
M	**13**	4	**17**
Ž	2	18	**20**
VSOTA	**15**	**22**	

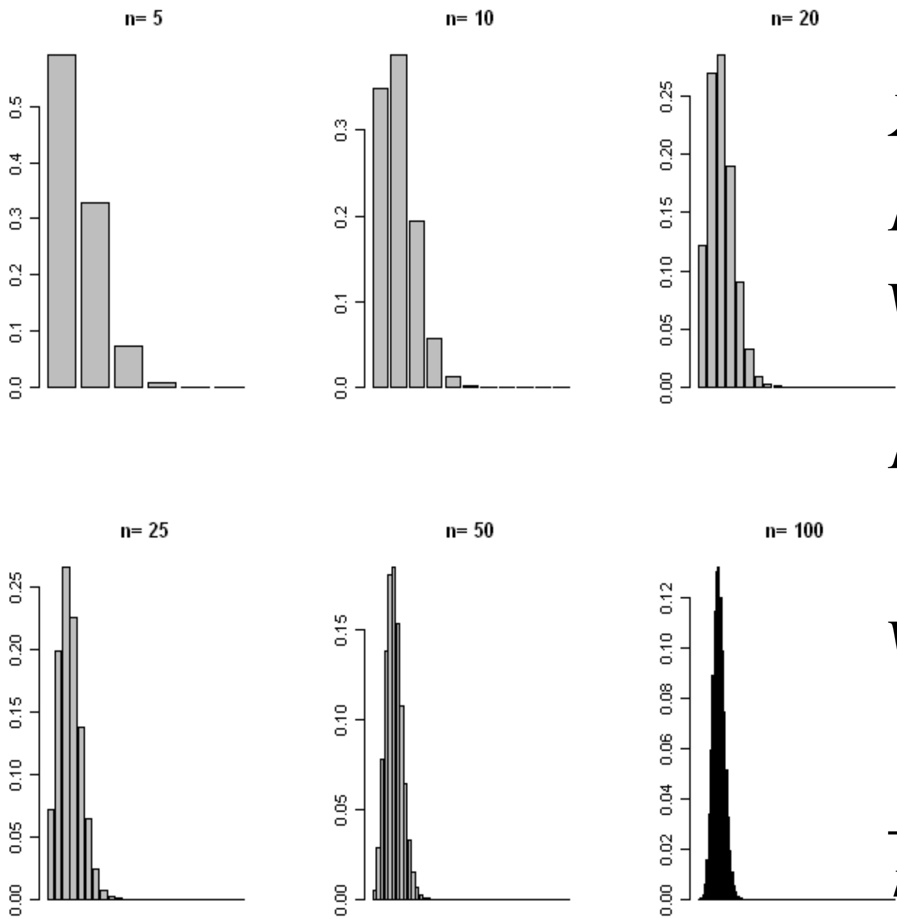
	Sport	Sandal	VSOTA
M	*a*	*b*	*a* + *b*
Ž	*c*	*d*	*c* + *d*
VSOTA	*a* + *c*	*b* + *d*	*n*

$$p = \binom{a+b}{a}\binom{c+d}{c} \Big/ \binom{n}{a+c} = \frac{(a+b)!(c+d)!(a+c)!(b+d)!}{n!a!b!c!d!}$$

2. Za vsako tabelo izračunamo verjetnost, da bi jo lahko opazili, če je ničelna hipoteza pravilna
3. Dobimo verjetnost, da bi lahko dobili bolj skrajni rezultat kot smo ga dobili (v isto smer), če velja ničelna hipoteza tako, da seštejemo verjetnosti “bolj skrajnih” tabel
4. p-vrednost dobimo, ko to verjetnost množimo z 2

Če povečamo število seštetih spremenljivk, kaj se zgodi z binomsko porazdelitvijo?

p=?



$$X_i = \begin{cases} 1 & p \\ 0 & 1-p \end{cases}$$

$$X_i \cdot so \cdot neodvisne$$

$$E(X_i) = p$$

$$Var(X_i) = p(1-p)$$

$$E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(X_i) = \frac{1}{n} np = p$$

$$Var\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} Var(X_i) =$$

$$\frac{1}{n^2} np(1-p) = \frac{1}{n} p(1-p)$$

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \sim N\left(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$$

np in n(1-p)>5

Primer: en delež, interval zaupanja

- Ocenite delež moških, ki raje nosijo športne copate. Opazili smo: 11 športni copati in 6 sandali.

1. ocenimo delež športnih copat
   - k/n=11/17=0.647

2. 95% interval zaupanja za delež športnih copat
   - SE= $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ =√(.647*(1-.647)/17)=0.116
   - 95% IZ: (.647-1.96*0.116, .647-1.96*0.116)=
     =(0.420, 0.875)

Primer: en delež, statistično sklepanje

Testiramo hipotezo, da je delež športnih copat pri moških različen od 50%

k/n=11/17=0.647

$$\frac{observedValue - expectedValue}{SE(observedValue)}$$

1. H0: p=0.5
2. Ha: p≠0.5
   - SE=0.121 $SE(p) = \sqrt{\frac{p_{\exp}(1-p_{\exp})}{n}}$
   - z=(0.647-0.5)/(0.121)= 1.215, P=0.22

np=11, n(1-p)=6

>5

Sicer bi testirali s pomočjo Fisherjevega eksaktnega testa.

Lahko uporabimo "continuity correction"

$$z_c = \frac{|p - p_{\exp}| - \frac{1}{2n}}{SE(p)}$$