

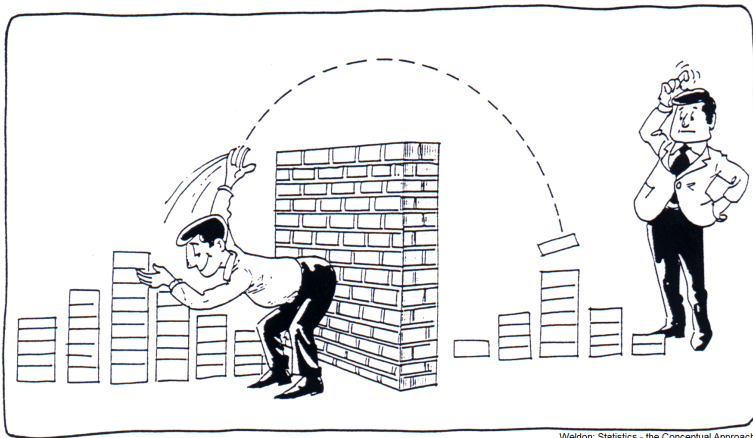
## O intervalih zaupanja

Andrej Blejec

Nacionalni inštitut za biologijo  
andrej.blejec@nib.si

20. maj 2009

# Za kaj gre ...



Weldon: Statistics - the Conceptual Approach

# Kdo hoče biti milijonar ...

95% interval zaupanja za povprečje je 50 do 60.  
V intervalu je ...

- |          |                      |          |                       |
|----------|----------------------|----------|-----------------------|
| <b>a</b> | povprečje vzorca     | <b>c</b> | 95% meritev           |
| <b>b</b> | povprečje populacije | <b>d</b> | 95% povprečij vzorcev |

# Kaj lovimo?

 $\bar{x}$

# Kaj lovimo?

 $\bar{x}$  $\mu$

# Kaj lovimo?

 $\bar{x}$  $< \mu <$

# Kaj lovimo?

$$\bar{x} - \bar{x} < \mu < \bar{x} + \bar{x}$$

# Kaj lovimo?

 $\bar{x}$ 

$$\bar{x} - u \cdot SE < \mu < \bar{x} + u \cdot SE$$



# Kaj lovimo?

 $\bar{x}$ 

$$\bar{x} - u \cdot SE < \mu < \bar{x} + u \cdot SE$$

Vrednost konstante  $u$  je odvisna od stopnje zaupanja in porazdelitve vzorčnih ocen.

# Porazdelitev vzorčnih ocen

- cenilka
- ocene iz vzorcev  $V_1, V_2, V_3, \dots$
- porazdelitev ocen
- lastnosti vzorčne porazdelitve

# Porazdelitev vzorčnih ocen

- cenilka
- ocene iz vzorcev  $V_1, V_2, V_3, \dots$
- porazdelitev ocen
- lastnosti vzorčne porazdelitve

$$\bar{X} = \sum x_i / n$$

# Porazdelitev vzorčnih ocen

- cenilka
- ocene iz vzorcev  $V_1, V_2, V_3, \dots$
- porazdelitev ocen
- lastnosti vzorčne porazdelitve

$$\bar{X} = \sum x_i / n$$
$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots$$

# Porazdelitev vzorčnih ocen

- cenilka
- ocene iz vzorcev  $V_1, V_2, V_3, \dots$
- porazdelitev ocen
- lastnosti vzorčne porazdelitve

$$\bar{X} = \sum x_i / n$$

$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots$$

$$\bar{X} \sim N(\cdot, \cdot)$$

# Porazdelitev vzorčnih ocen

- cenilka
- ocene iz vzorcev  $V_1, V_2, V_3, \dots$
- porazdelitev ocen
- lastnosti vzorčne porazdelitve

$$\bar{X} = \sum x_i / n$$

$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots$$

$$\bar{X} \sim N(\cdot, \cdot)$$

$$E(\bar{X}), SD(\bar{X}) = SE$$

# Porazdelitev vzorčnih ocen

- cenilka
- ocene iz vzorcev  $V_1, V_2, V_3, \dots$
- porazdelitev ocen
- lastnosti vzorčne porazdelitve

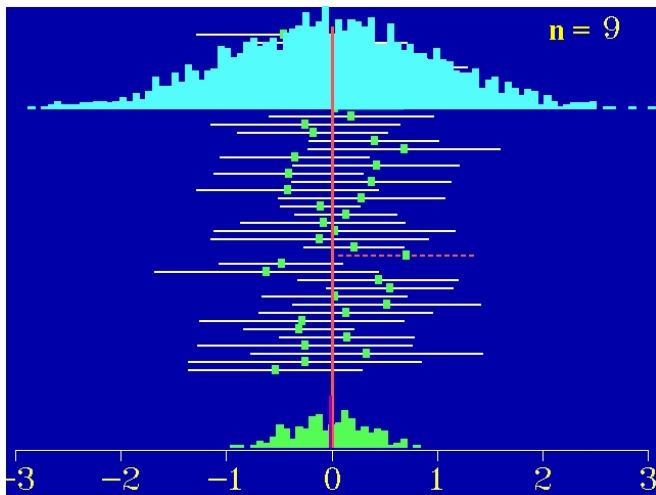
$$\bar{X} = \sum x_i / n$$

$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots$$

$$\bar{X} \sim N(\cdot, \cdot)$$

$$E(\bar{X}), SD(\bar{X}) = SE$$







Interval zaupanja za povprečno vrednost:  
pravi (populacijski) standardni odklon  $\sigma$  poznam

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

$$\bar{X} \sim N(\mu, SE)$$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{SE} \sim N(0, 1)$$

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} \sim N(0, 1)$$

Konstanta  $u = z_{1-\alpha/2}$

Pri stopnji zaupanja  $c$  je  $\alpha = 1 - (1 - c)/2$

$$\bar{X} - z_{1-\alpha/2} \left( \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) < \mu < \bar{X} + z_{1-\alpha/2} \left( \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

# Standardna napaka ocene - $SE$

Parameter	Cenilka	SE	Opombe
$\mu$	$\bar{x}$	$\sigma/\sqrt{n}$	
$\sigma^2$	$u^2 = \sum(x - \bar{x})^2/n$		$E(U^2) < \sigma^2$
$\sigma^2$	$s^2 = \sum(x - \bar{x})^2/(n - 1)$	$1.414 \cdot \sigma/\sqrt{n}$	$n > 100$
$\sigma$	$\sqrt{s^2}$	$0.707 \cdot \sigma/\sqrt{n}$	$n > 100$
$\pi$	$p = k/n$	$\sqrt{p \cdot (1 - p)}/\sqrt{n}$	n dovolj velik
Mediana	$Me$	$1.253 \cdot \sigma/\sqrt{n}$	n dovolj velik

IZGON IZ RAJA  
NORMALNOSTI!

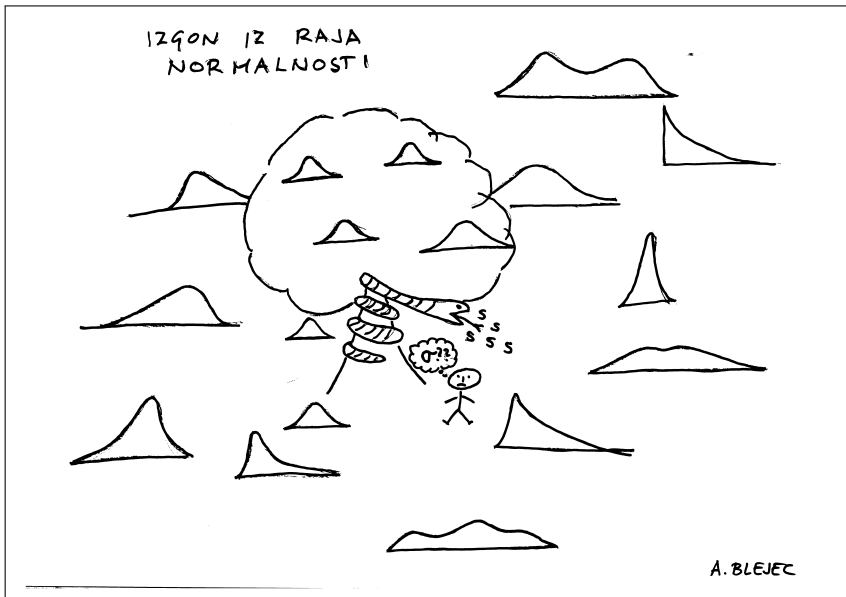


A. BLEJEC

IZGON IZ RAJA  
NORMALNOSTI



A. BLEJEC



# Interval zaupanja za povprečno vrednost: pravi (populacijski) standardni odklon $\sigma$ neznan

Neznani  $\sigma$  nadomestim z oceno  $s = \sum(x_i - \bar{x})/(n - 1)$ :

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

$$SE = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{s} \sqrt{n} \sim t(n - 1)$$

Konstanta  $u = t_{1-\alpha/2}$

Pri stopnji zaupanja  $c$  je  $\alpha = 1 - (1 - c)/2$

$$\bar{X} - t_{1-\alpha/2} \left( \frac{s}{\sqrt{n}} \right) < \mu < \bar{X} + t_{1-\alpha/2} \left( \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

# Interval zaupanja za povprečno vrednost: pravi (populacijski) standardni odklon $\sigma$ neznan

Neznani  $\sigma$  nadomestim z oceno  $s = \sum(x_i - \bar{x})/(n - 1)$ :

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

$$SE = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t(n - 1)$$

Konstanta  $u = t_{1-\alpha/2}$

Pri stopnji zaupanja  $c$  je  $\alpha = 1 - c$

$$\bar{X} - t_{1-\alpha/2} \left( \frac{s}{\sqrt{n}} \right) < \mu < \bar{X} + t_{1-\alpha/2} \left( \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$



# Interval zaupanja za varianco: populacijske povprečne vrednosti $\mu$ ne poznam

Nepristranska cenilka

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}$$

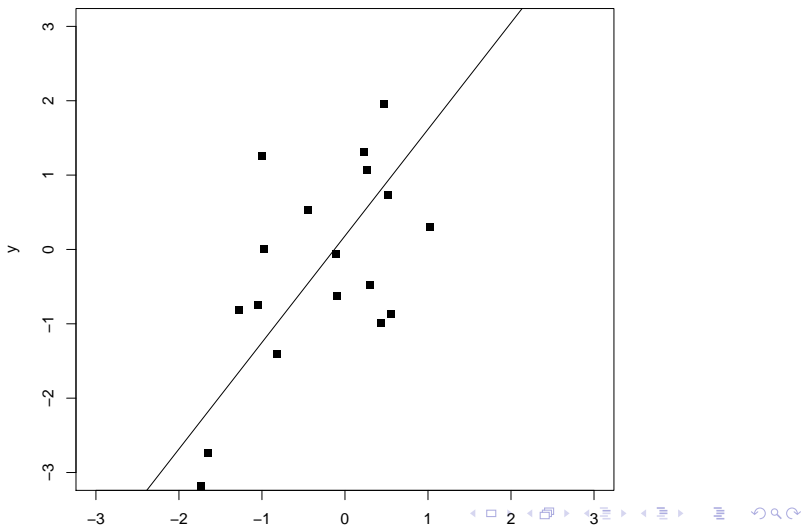
$$X \sim N(\mu, \sigma)$$
$$\frac{(n - 1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n - 1)$$

$$\chi_{\alpha/2}^2 < \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} < \chi_{1-\alpha/2}^2$$

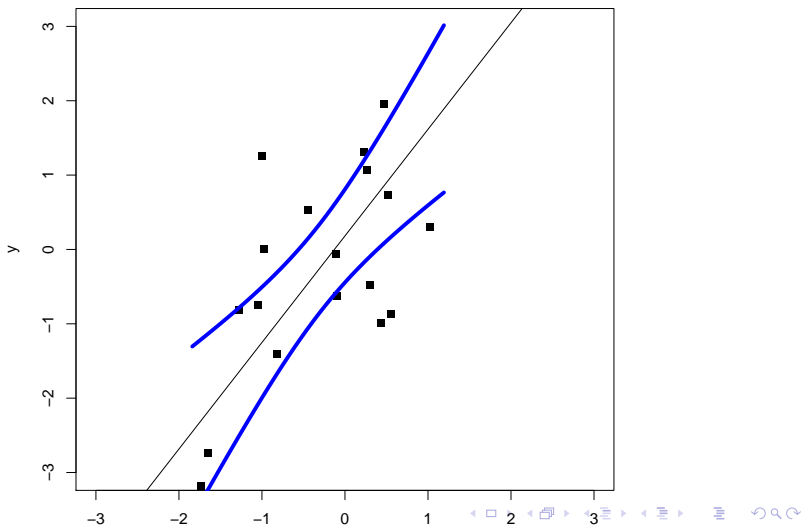
$$\frac{(n - 1)s^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2} < \sigma^2 < \frac{(n - 1)s^2}{\chi_{\alpha/2}^2}$$



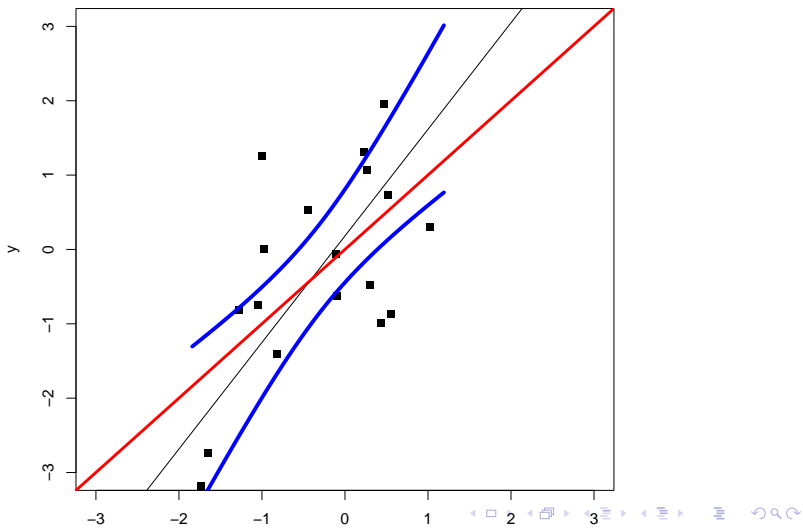
# Območje zaupanja za regresijsko premico



# Območje zaupanja za regresijsko premico

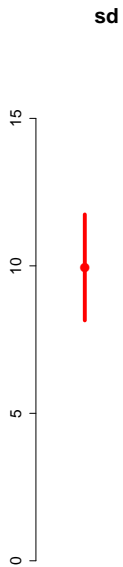


# Območje zaupanja za regresijsko premico

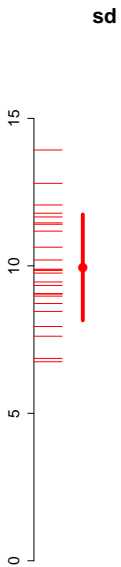




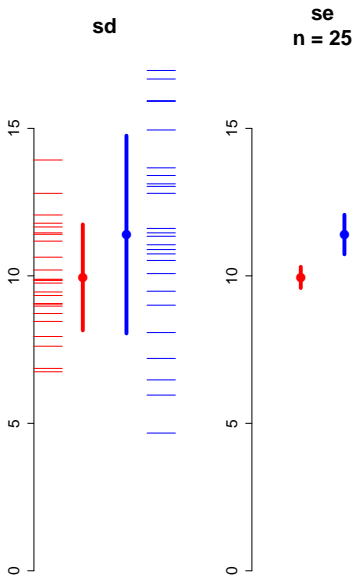
# Intuitivno testiranje hipotez



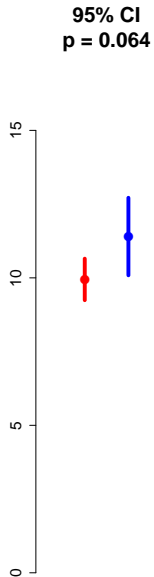
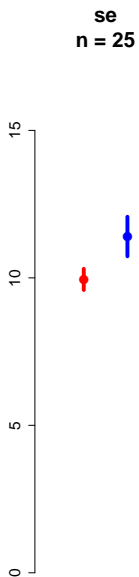
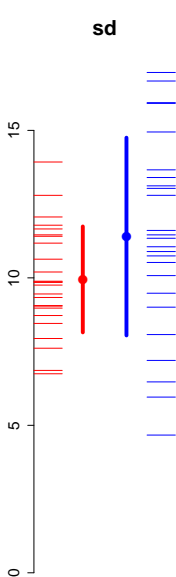
# Intuitivno testiranje hipotez



# Intuitivno testiranje hipotez

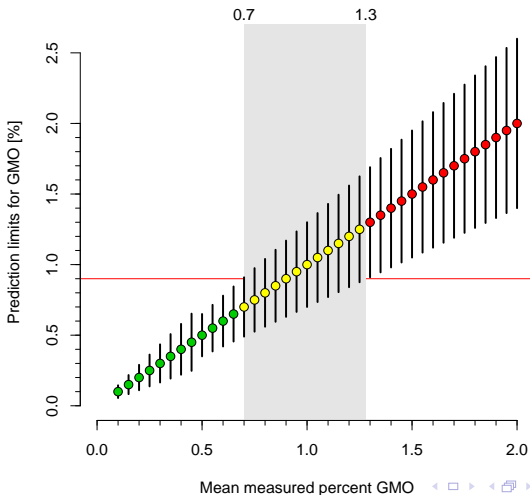


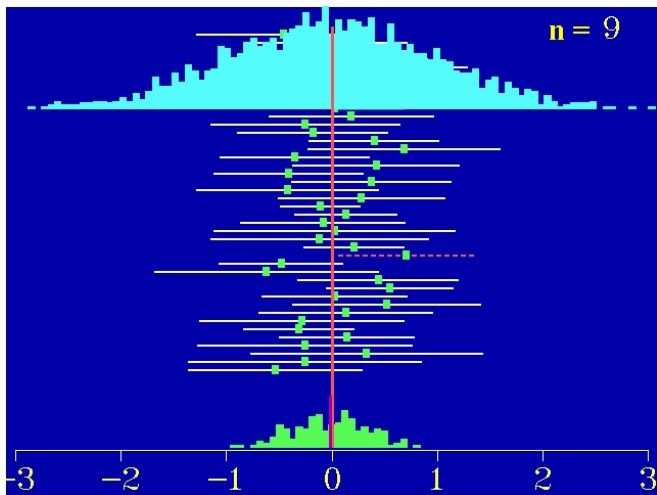
# Intuitivno testiranje hipotez





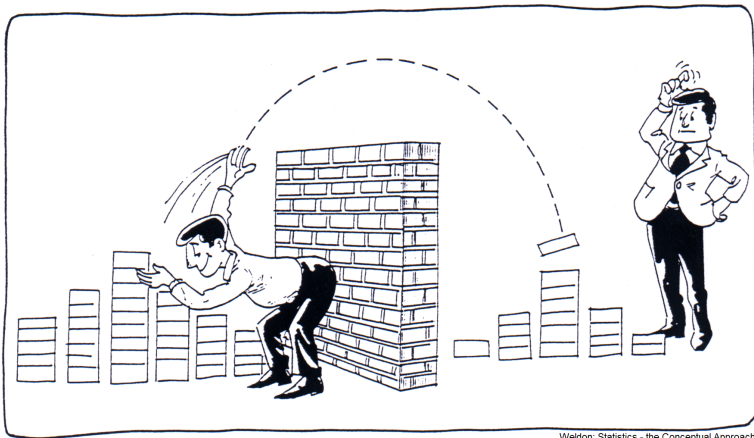
# Kontrola kvalitete: prisotnost gensko spremenjenih organizmov







# Za kaj gre ...



Weldon: Statistics - the Conceptual Approach