

4.3 Osnovni pojmi pri statističnem preverjanju domnev

Želimo preveriti ali je kovanec pošten. Naredili smo poizkus, kjer smo 10-krat vrgli kovanec in dobili, da je grb padel 7-krat.

- Zapišite ničelno domnevo za vaš primer. Ali je ničelna domneva enostavna ali sestavljena? Zapišite testno statistiko, označite jo z X - kakšna je njena porazdelitev pod ničelno domnevo?
- Denimo, da je vaša alternativna domneva $H_A : p > 0,5$. Ali je ta domneva enostavna ali sestavljena? Pri kakšnih vrednostih X boste zavrnilo ničelno domnevo v prid alternativni? Ali je domneva enostranska ali dvostranska?
- V našem primeru je $X = 7$. Kolikšna je verjetnost, da se na vzorcu zgodi ta dogodek, če ničelna domneva drži?
- Denimo, da je območje zavrnitve sestavljeno iz vrednosti $\{10\}$. Kakšna je stopnja značilnosti α v tem primeru? Kakšna je stopnja značilnosti, če je območje zavrnitve sestavljeno iz vrednosti $\{6,7,8,9,10\}$?
- Določite območje zavrnitve pri stopnji značilnosti $\alpha = 0,05$. Ali lahko na podlagi dobljenih podatkov zavrnete ničelno domnevo pri stopnji značilnosti $\alpha = 0,05$?
- Kolikšna je moč testa pri tej vrednosti α , če predpostavimo, da je prava vrednost parametra $p = 0,6$? Kaj pa pri $p = 0,7$? Kolikšna je v teh primerih napaka druge vrste?
- Predpostavite sedaj, da je vaša alternativna domneva $H_A : p \neq 0,5$. Ali je ta domneva enostavna ali sestavljena? Ali je domneva enostranska ali dvostranska?
- Kakšno bo sedaj območje zavrnitve, če želite, da je $\alpha \leq 0,05$? Kakšna natanko bo stopnja značilnosti za to območje?
- Izračunajte še moč testa v tem primeru.

Predlogi za vaje v R-u:

- 1000x ponovite poskus v katerem po 10x mečete kovanec. Oglejte verjetnost zavrnitve za posamezno območje.

p \ k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,5	0,001	0,011	0,055	0,172	0,377	0,623	0,828	0,945	0,989	0,999	1
0,6	0,000	0,002	0,012	0,055	0,166	0,367	0,618	0,833	0,954	0,994	1
0,7	0,000	0,000	0,002	0,011	0,047	0,150	0,350	0,617	0,851	0,972	1

Tabela 1: Kumulativne verjetnosti za binomsko porazdelitev pri $n = 10$ ($P(X \leq k|p)$)

- Spremenite verjetnost s katero pade grb in si oglejte moč testa.
- Povečajte vzorec in si oglejte, kako se spreminja moč testa.

4.4 Moč testa

Iz literature lahko povzamemo, da se športnikovo povprečje hemoglobina ob vsaj 14-dnevnem bivanju na višini nad 1500m zviša za 2 g/l, medtem ko višinski treningi ne vplivajo na varianco njegovih vrednosti. Ob običajnih treningih se posameznikove vrednosti porazdeljujejo normalno, $X \sim N(\mu_1, 5^2)$, kjer je μ_1 športnikovo povprečje.

Športnik pogosto opravlja višinske treninge, vendar v krajših intervalih. Zanima ga, ali se njegovo povprečje hemoglobina v obdobju višinskih treningov kljub temu zviša. V sezoni opravi 12 meritev, 8 med obdobjem višinskih priprav in 4 sicer. Cilj naloge je ugotoviti, kakšna bo moč njegovega testa, če bo pri sklepanju uporabil stopnjo značilnosti $\alpha = 0,05$?

- Kaj je športnikova ničelna in kaj alternativna domneva?
- Predlagajte testno statistiko. Izračunajte njeno porazdelitev pod ničelno domnevo.
- Izračunajte moč testa, torej verjetnost, da bo ničelno domnevo uspel zavrniti, če se mu povprečje hemoglobina v obdobju višinskih priprav zares poveča za 2 g/l?
- Kako bi se moč testa spremenila, če bi imel na voljo enako število meritev v vsakem obdobju?
- Kako je moč testa odvisna od variance posameznikovih meritev in kako od dejanske velikosti razlike v populaciji?

4.5 Posplošeni test razmerja verjetij

Zanima nas ali imajo zares vsi športniki enako variabilnost hemoglobina. Pri-merjati želimo meritve k športnikov, naj bodo vrednosti i -tega športnika ($i = 1, \dots, k$) porazdeljene normalno, torej $X_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$, kjer $j = 1, \dots, n_i$ označujejo meritve pri posamezniku. Predpostavimo, da so vse meritve med seboj neodvisne.

- Zapišite ničelno in alternativno domnevo
- Najprej vzemimo, da imamo le enega športnika in n njegovih meritev. Kako bi ocenili njegova parametra μ in σ^2 z metodo največjega verjetja?
- Vrnimo se h k športnikom. Utemeljite, da so pod alternativno domnevo ocene parametrov enake

$$\hat{\mu}_i = \frac{1}{n_i} \sum x_{ij}$$
$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \hat{\mu}_i)^2$$

- Kakšna je ocena povprečij pod ničelno domnevo?
- Kakšna je ocena variance pod ničelno domnevo?
- Kako bi ničelno domnevo preverili s testom razmerja verjetij?