

3 Ocenjevanje parametrov - metoda največjega verjetja

3.1 Ocenjevanje deleža

Naj bodo x_1, \dots, x_n neodvisne realizacije Bernoullijevo porazdeljene slučajne spremenljivke X . Radi bi ocenili parameter p .

- Recimo, da je $n = 5$ in da smo dobili naslednjih 5 vrednosti: 1,0,1,1,1. Kakšna bi bila verjetnost tega dogodka, če bi bil $p = 0,2$? Kaj pa za $p = 0,75$? Narišite krivuljo verjetnosti tega dogodka glede na p . Kako bi izračunali njen vrh?
- Podatke, ki jih dobimo na nekem vzorcu, označimo z x_1, \dots, x_n (v zgornjem primeru je bil $n = 5$, $x_1 = 1$ in $x_2 = 0$). Za vsako enoto zapišite $P(X_i = x_i|p)$, torej verjetnost, da se je zgodil dogodek, ki smo ga videli. Zapišite funkcijo verjetja.
- Poiščite oceno za p po metodi največjega verjetja
- Ali je ocena nepristranska?
- Zapišite oceno standardne napake
- Oceniti želimo delež volilcev nekega kandidata. Na vzorcu $n = 500$ zanj glasuje 29 % volilcev. Podajte 95 % interval zaupanja za to oceno.

Predlogi za vaje v R-u:

- Z R-om narišite sliko :

```
> p <- seq(0,1,length=100)      #za 100 vrednosti p med 0 in 1
> y <- p^4*(1-p)                #za vsako vrednost izracunam verjetnost
> plot(p,y,type="l")           #narisem in povezem s krivuljo
```
- Generirajte vzorec velikosti 500, v katerem ima vsak posameznik verjetnost 0,3, da glasuje za nekega kandidata. Ocenite verjetnost z deležom na vzorcu. Ponovite poskus 1000x in si oglejte porazdelitev vzorčnih ocen.
- Na vsakem vzorcu ocenjenemu deležu dodajte še 95% interval zaupanja. Kakšen je delež vzorcev, pri katerih interval zaupanja zajema pravo vrednost (0,3)?

3.2 Povezanost dveh spremenljivk

Zanima nas, kako je prihodek podjetja v neki panogi odvisen od števila zaposlenih. Predpostavimo, da je prihodek podjetja normalno porazdeljen s povprečjem $\beta_0 + \beta_1 X$, kjer je X logaritem števila zaposlenih. Denimo, da imamo podatke o številu zaposlenih in prihodu za vzorec podjetij, radi bi ocenili parametra β_0 in β_1 .

- Zapišite gostoto porazdelitve prihodka podjetja, če vemo, da je varianca enaka σ^2 .
- Zapišite funkcijo verjetja. Kaj je funkcija, ki jo moramo maksimizirati?
- Izračunajte oceni β_0 in β_1 po metodi največjega verjetja
- Izračunajte standardno napako za obe oceni.